

Perspectivas teóricas

Introducción a la semántica formal

Fernando Carranza
fernandocarranza86@gmail.com

Verano 2019

¿Dónde estamos? I

- En este bloque vamos a hacer una breve introducción a la semántica formal con el objetivo de poder entender algunas formalizaciones y propuestas sobre cómo modelizar algunas de las nociones involucradas en la estructura informativa vistas hasta ahora.

Somos capaces de producir y entender infinitas oraciones (o al menos un número considerable).

- La sintaxis se encarga de modelizar el algoritmo capaz de generar todas esas oraciones.
- La semántica se encarga de asignar un significado a esas expresiones.

- **Semántica:** Se ocupa del significado (lingüístico).
- **formal:** The word formal in “formal semantics” is opposed to informal and reflects the influence of logic and mathematics in the rise of scientific approaches to philosophy and to linguistics in the twentieth century. Distinctive characteristics of this approach (...) have been truth conditions as a central part of meaning; (...); and the methodological centrality of the Principle of Compositionality
(Partee 2016: 3)

Históricamente, el autor más influyente para la semántica formal fue Richard Montague.

“In Montague’s papers on natural language, which were written in the late 1960s and early 1970s, Montague claimed that natural languages could be treated in just the same way as the formal artificial languages of the logician. (...) This is what I like to call “Montague’s Thesis”: Natural languages can be described as interpreted formal systems. (...) Chomsky’s thesis was that natural languages can be described as formal systems. Montague added to this the idea that natural languages can be described as interpreted formal systems.”

(Bach 1989: 8)

Principio de composicionalidad: El significado de una expresión compleja es una función del significado de sus partes constitutivas y del modo en que estas se combinan

(traducido de Szabó 2012: 64)

El Principio de Composicionalidad hace que necesitemos tres cosas para elaborar una teoría semántica:

- Una modelización del significado
- Expresiones simples con sus correspondientes significados
- Reglas que permitan construir el significado complejo a partir del significado de sus partes.

Respecto del significado, vamos a decir que en el mundo hay dos grandes tipos de cosas:

- Objetos
- Funciones

Las personas, los vegetales, los planetas son objetos. También lo son los puntos espaciotemporales, los números naturales e incluso los valores veritativos (la verdad y la falsedad [...]).

La adición, la multiplicación, etc. de números naturales son funciones, funciones cuyos argumentos son números naturales. Igualmente son funciones los conceptos y las relaciones. Los conceptos son funciones de un argumento cuyos valores son siempre valores veritativos. Las relaciones (diádicas) son funciones de dos argumentos cuyos valores son siempre valores veritativos. Así como la adición asigna a cada dos números naturales otro número natural (su suma), así también la relación "... gira en torno a..." asigna a cada dos objetos un valor veritativo, que, por ejemplo, será lo verdadero en el caso de que los argumentos sean la Luna y la Tierra, y lo falso si se trata de la Tierra y Marte.

(Mosterín 1985: 10)

Uno de los ingredientes necesarios es la llamada Teoría de Conjuntos (para más detalles remitimos al capítulo 1 de Partee *et al.* (2012))

- Un conjunto es una colección abstracta no ordenada de elementos distintos (i.e., hay solo una instancia de cada individuo, por lo que su repetición es trivial).
- Los conjuntos se escriben entre llaves.
- Los conjuntos se denominan convencionalmente con letras latinas en mayúscula. Los miembros, con letras minúsculas.

Nos interesan particularmente dos formas de especificar los conjuntos:

- Notación por extensión: Se puede simplemente listar todos los elementos de un conjunto entre llaves: {Carlos, Fernando, Matías}
- Notación de predicado: Se puede especificar un conjunto indicando una propiedad que todos sus miembros comparten: { x : x es profesor del seminario “Estructura informativa en un marco formal”}

La expresión

es profesor del seminario “Estructura informativa en un marco formal”
significa

{ x : x es profesor del seminario “Estructura informativa en un marco formal”}

La relación más importante de conjunto es la de pertenencia, que relaciona miembros o conjuntos con conjuntos. $a \in A$ se lee como que a pertenece al conjunto A .

Otra relación importante es la de inclusión. Inclusión solo puede relacionar dos conjuntos. $A \subset B$ significa que A es un subconjunto de B , i.e. todos los miembros que pertenecen a A pertenecen a B .

- (1) a. $A = \{a, \{b, c\}, d, e, f, g\}$
b. $B = \{d, e, g\}$

- (2) a. $A = \{a, \{b, c\}, d, e, f, g\}$
b. $B = \{d, e, g\}$

- $B \subset A$

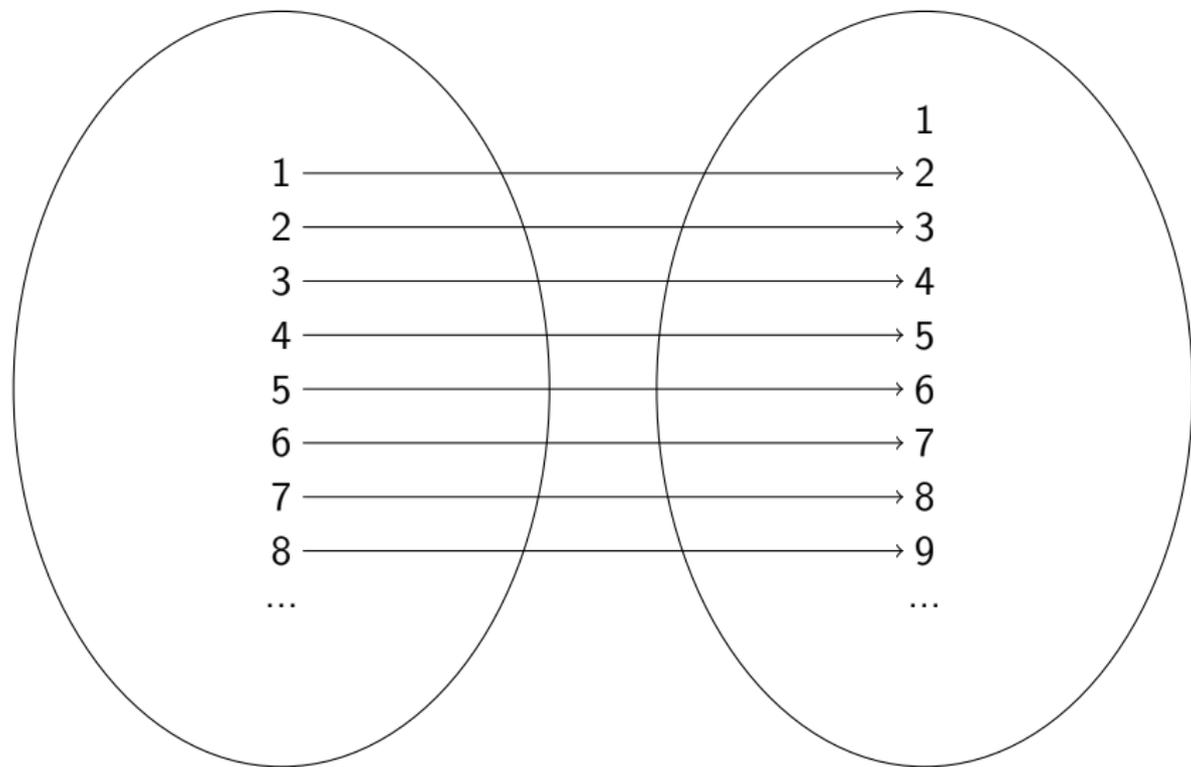
- (3) a. $A = \{a, \{b, c\}, d, e, f, g\}$
b. $B = \{d, e, g\}$

- $B \subset A$
- $\{b, c\} \in A$

“A function takes every member of some set A and assigns it a value from a set B (B could be the same set as A , but need not be). This can also be formalized using the notion of a set of ordered pairs”

(Jacobson 2014: 24)

Función sucesor representada como Diagrama de Venn



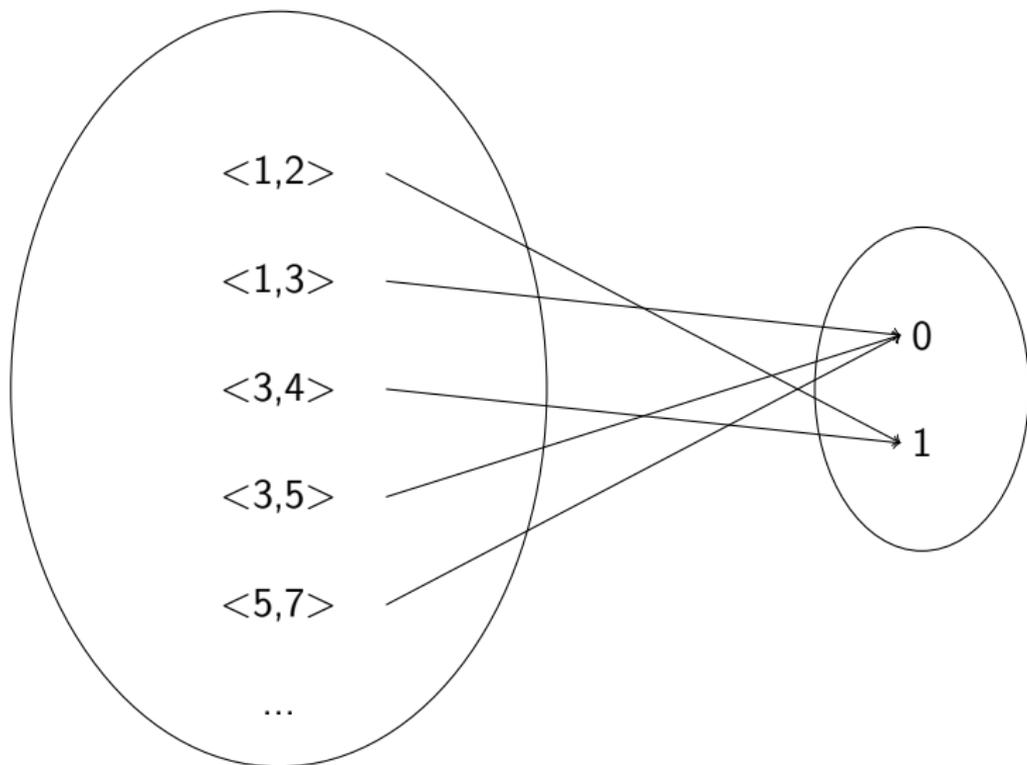
Función Sucesor representada por extensión:

$$f_{+1} = \{ \langle 1,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,4 \rangle, \langle 4,5 \rangle, \langle 5,6 \rangle, \langle 6,7 \rangle, \langle 7,8 \rangle, \langle 8,9 \rangle \dots \}$$

Función sucesor representada por intensión:

$$f_{+1} = \left[\begin{array}{l} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ \text{Para todo } x \in \mathbb{N}, f(x) = x + 1 \end{array} \right]$$

Función característica de la función sucesor representada como diagrama de Venn:



La forma más usual de expresar una función es utilizar el llamado cálculo lambda.

El esquema general para el cálculo lambda es el siguiente:

$$\lambda\alpha: \phi. \gamma$$

La forma más usual de expresar una función es utilizar el llamado cálculo lambda.

El esquema general para el cálculo lambda es el siguiente:

$$\lambda\alpha: \phi. \gamma$$

Lo que está a la izquierda del punto debe leerse como una descripción respecto del posible *input* de la función, mientras que aquello que está del lado derecho debe leerse como una caracterización de su *output*.

(4) $\lambda\alpha: \phi$. γ
input | output

El *input*

$$\underline{\lambda\alpha: \phi. \gamma}$$

Del lado del *input*, podemos encontrar dos elementos:

- $\alpha =$ **variable de argumento**: λ es un operador lógico que introduce la variable que va a tomar la función, en este caso α . Puede leerse como una instrucción que nos indica que la función en cuestión tomará la variable α para operar con ella.
- $\phi =$ **condición de dominio**: La condición de dominio especifica a qué conjunto pertenece la variable. Nos aclara, por ejemplo, si se trata de un individuo, si se trata de un número natural, de una función, de un par ordenado, etc.

El *output*

$$\lambda\alpha: \phi. \underline{\gamma}$$

El lado del *output* de la función contiene solamente una descripción del resultado que dará la función.

- $\gamma =$ **Descripción de valor**: Especifica el valor que la función asigna al elemento arbitrario α .

Podemos leer una función en notación λ de un modo informal como

$$(5) \quad \lambda\alpha: \phi. \gamma$$

Si me das un α que cumpla la característica ϕ , te devuelvo γ

$f(x)$ significa que f es una función y que x es su respectivo argumento.

$f(x)$ significa que f es una función y que x es su respectivo argumento.
Si f es la función sucesor, $f(1)$ significa que saturamos f con el argumento 1. Esto nos da como resultado 2.

$f(x)$ significa que f es una función y que x es su respectivo argumento.
Si f es la función sucesor, $f(1)$ significa que saturamos f con el argumento 1. Esto nos da como resultado 2.
Si tenemos $f(2)$, vamos a saturar f con el argumento 2. Esto nos da como resultado 3...

Cuando una función está expresada en cálculo lambda, cada vez que se satura un argumento, debe eliminarse todo el prefijo lambda.

- (6) a. $[\lambda x \in \mathbb{N}. x + 1](3)$
b. ~~$[\lambda x \in \mathbb{N}. 3 + 1](3)$~~
c. $3 + 1 = 4$

Esto se conoce con el nombre de **Conversión Lambda**

Una función sumamente importante para la semántica es la llamada **Función Interpretación**.

Una función sumamente importante para la semántica es la llamada **Función Interpretación**.

Esta función se expresa mediante corchetes dobles: $[[...]]$

En términos informales, la función interpretación devuelve para cada expresión su respectivo significado.

Una asunción adicional importante es que los argumentos están tipificados, es decir, pertenecen a conjuntos particulares denominados *tipos*. Los tipos simples más relevantes son los siguientes:

- Entidades: e
- Valores de verdad: t
- Mundos: s

El tipo se expresa en la Condición de Dominio de la expresión lambda o puede abreviarse como un subíndice de la variable en cuestión.

- $\lambda x: x \in D_e. x \text{ ladra}$
- $\lambda x_e. x \text{ ladra}$

Las funciones también pertenecen a tipos, pero se trata de tipos complejos, esto es, pares ordenados de un tipo a otro.

- $[\lambda x_e. x \text{ ladra}] \in D_{\langle e, t \rangle}$

Los tipos de los que están formados los tipos complejos, también pueden ser complejos:

- $[\lambda f_{\langle e, t \rangle}. \text{el individuo } x \text{ relevante en el contexto tal que } f(x) \text{ es verdadera}] \in D_{\langle \langle e, t \rangle, e \rangle}$

Tipo semántico	Abreviatura	Variables típicas
Entidad	e (entidad)	x, y, z
Valor de verdad	t	p, q
funciones	$\langle \sigma, \tau \rangle$, para todo σ y τ que pertenezcan a un tipo semántico válido	En términos de función: f, g ; en términos de conjuntos X
Mundo posible	s	$w, w_1, w_2 \dots$
Evento	s	$e, e_1, e_2 \dots$
Tiempo	i	$t, t_1, t_2 \dots$

Cuadro: Tipos básicos y sus variables

Estamos en condiciones de ver los tres elementos que tiene nuestro fragmento de semántica:

- 1 Un inventario de denotaciones
- 2 Un léxico.
- 3 Un conjunto de reglas semánticas

Las denotaciones

El inventario de denotaciones está compuesto por “todas las cosas que existen en el mundo”, es decir, por todo aquello a lo que se puede referir una expresión lingüística. Esto incluye las entidades, los valores de verdad, los mundos, las funciones de un tipo a otro, etc.

El inventario de denotaciones dependerá de qué tipos asumamos.

- $D_t = \{0,1\}$
- $D_e = \{\text{Carlos, Matías...}\}$

El léxico

El léxico especifica las unidades lingüísticas simples y sus respectivas denotaciones.

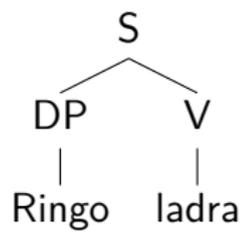
- (7)
- a. $\llbracket \text{Carlos} \rrbracket = \text{Carlos}$
 - b. $\llbracket \text{Matías} \rrbracket = \text{Matías}$
 - c. $\llbracket \text{Ringo} \rrbracket = \text{Ringo}$
 - d. $\llbracket \text{ladrar} \rrbracket = \lambda x_e. x \text{ ladra}$
 - e. $\llbracket \text{saludar} \rrbracket = \lambda x_e. \lambda y_e. y \text{ saluda a } x$

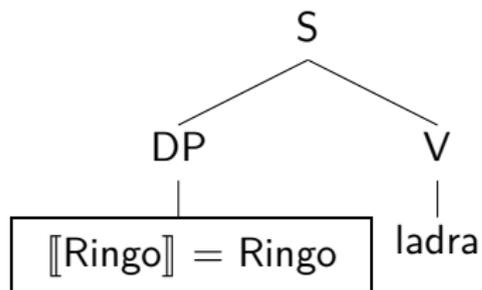
Las reglas semánticas

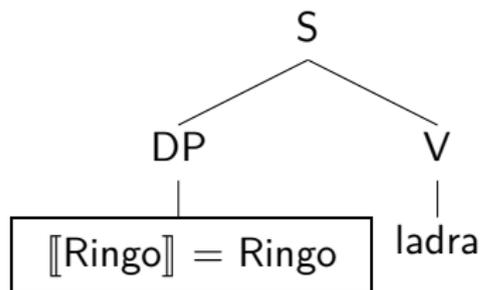
Son un conjunto de reglas que especifican cómo se construye el significado de un constituyente a partir de sus constituyentes inmediatos. Se espera que este conjunto sea lo más reducido posible. Vamos a ver solo tres reglas:

- (8) **Regla para nodos terminales:** Si α es un nodo terminal, $\llbracket \alpha \rrbracket$ está especificado en el léxico
- (9) **Regla para nodos no ramificantes:** Si α es un nodo no ramificante que domina a β , entonces $\llbracket \alpha \rrbracket = \llbracket \beta \rrbracket$
- (10) **Aplicación Funcional:** Si α es un nodo ramificante que domina a β y γ , $\llbracket \beta \rrbracket$ es una función cuyo dominio contiene a γ (i.e., β es una función que especifica que su argumento es del tipo al que pertenece γ), entonces $\llbracket \alpha \rrbracket = \beta(\gamma)$

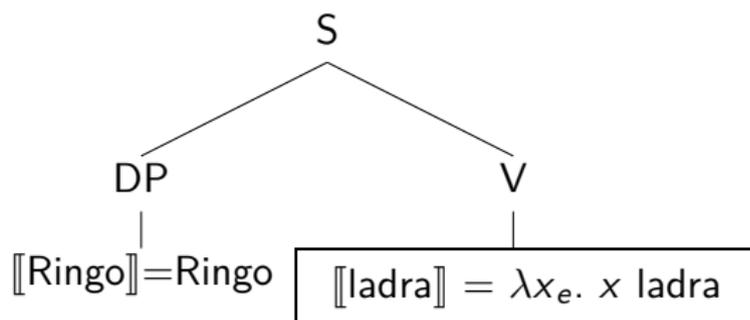
(Traducidas y adaptadas de Heim y Kratzer 1998: 43s)

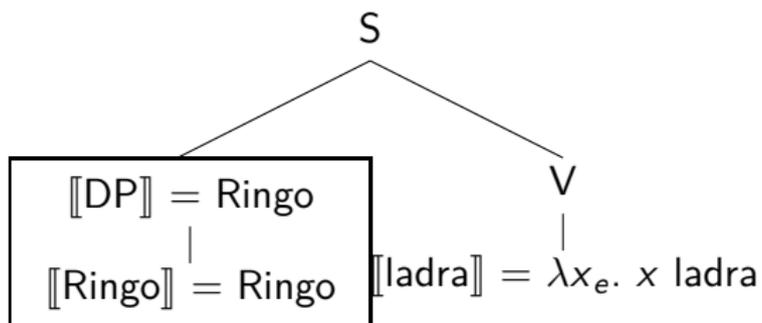


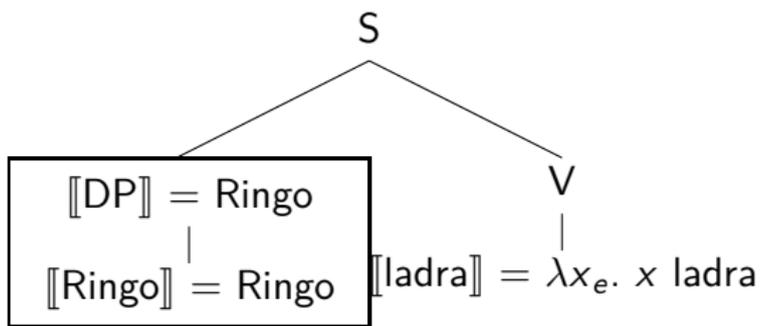




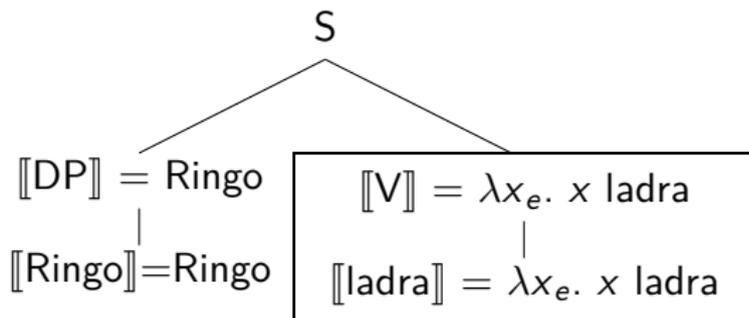
Por Regla de Nodos Terminales

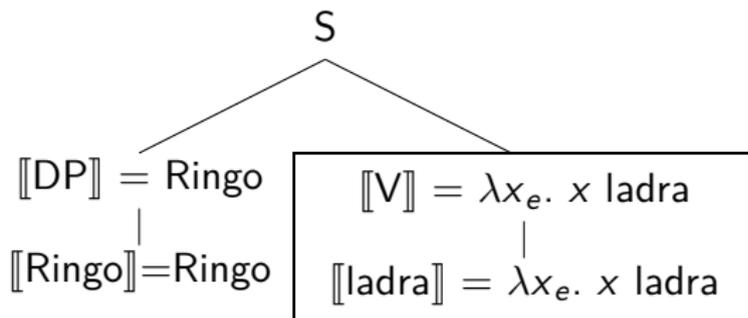




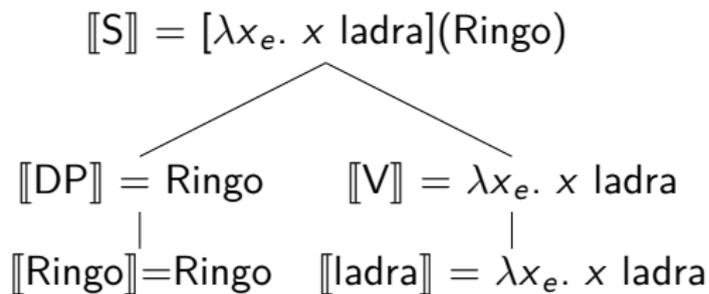


Por Regla de Nodos No Ramificantes





Por Regla de Nodos No Ramificantes



$$[[S]] = [\lambda x_e. x \text{ ladra}](\text{Ringo})$$

$$[[DP]] = \text{Ringo}$$

$$[[V]] = \lambda x_e. x \text{ ladra}$$

$$[[\text{Ringo}]] = \text{Ringo}$$

$$[[\text{ladra}]] = \lambda x_e. x \text{ ladra}$$

Por Aplicación Funcional

$$\llbracket S \rrbracket = [\lambda x_e. x \text{ ladra}](\text{Ringo}) = \text{Ringo ladra}$$

$$\begin{array}{cc} \llbracket DP \rrbracket = \text{Ringo} & \llbracket V \rrbracket = \lambda x_e. x \text{ ladra} \\ | & | \\ \llbracket \text{Ringo} \rrbracket = \text{Ringo} & \llbracket \text{ladra} \rrbracket = \lambda x_e. x \text{ ladra} \end{array}$$

$$\llbracket S \rrbracket = [\lambda x_e. x \text{ ladra}](\text{Ringo}) = \text{Ringo ladra}$$

$$\llbracket DP \rrbracket = \text{Ringo}$$

$$\llbracket V \rrbracket = \lambda x_e. x \text{ ladra}$$

$$\llbracket \text{Ringo} \rrbracket = \text{Ringo}$$

$$\llbracket \text{ladra} \rrbracket = \lambda x_e. x \text{ ladra}$$

Por Conversión Lambda

La denotación de una cláusula es una proposición.

$p = \text{Ringo ladra}$

$q = \text{Ringo maúlla}$

...

Los índices

Un cuarto elemento que se puede agregar son los llamados índices. Los índices relativizan la función interpretación a determinado parámetro y son capaces de alterar la denotación de una determinada expresión. Por ejemplo, el índice c , relativiza la función interpretación al contexto.

(11) $\llbracket \text{el/la} \rrbracket^c = \lambda f_{\langle e,t \rangle}. \text{ el individuo } x \text{ relevante en el contexto } c \text{ tal que } f(x) \text{ es verdadera}$

Ejercicio de página 9s de Heim y Kratzer (1998):

Determine cuál de las siguientes igualdades se cumple y cuáles no. En algunos casos, la respuesta no es simplemente sí o no, sino "sí, solo en caso de que se dé determinada situación".

- 1 $\{a\} = \{b\}$
- 2 $\{x: x=a\} = \{a\}$
- 3 $\{x: x \text{ is green}\} = \{y: y \text{ is green}\}$
- 4 $\{x: x \text{ likes } a\} = \{y: y \text{ likes } b\}$
- 5 $\{x: x \in A\} = A$
- 6 $\{x: x \in \{y: y \in B\}\} = B$
- 7 $\{x: \{y: y \text{ likes } x\} = \emptyset\} = \{x: \{x: x \text{ likes } x\} = \emptyset\}$

Solución

- 1 $\{a\} = \{b\}$

Verdadero siempre y cuando a y b refieran al mismo elemento.

- 2 $\{x: x=a\} = \{a\}$

Sí, se trata respectivamente de la definición por abstracción y de la definición por extensión del mismo conjunto.

- 3 $\{x: x \text{ is green}\} = \{y: y \text{ is green}\}$

Sí, el nombre de la variable es irrelevante.

- 4 $\{x: x \text{ likes } a\} = \{y: y \text{ likes } b\}$

Solo si a y b refieren al mismo elemento.

- 5 $\{x: x \in A\} = A$

Sí, se trata respectivamente de la definición por abstracción y del nombre del mismo conjunto.

$$\textcircled{6} \{x: x \in \{y: y \in B\}\} = B$$

Sí. $\{y: y \in B\}$ equivale a B porque es su definición por abstracción, y $\{x: x \in B\}$ también equivale a B porque es otra posible definición por abstracción de ese conjunto.

$$\textcircled{7} \{x: \{y: y \text{ likes } x\} = \emptyset\} = \{x: \{x: x \text{ likes } x\} = \emptyset\}$$

No, a menos que x sea igual a y . En caso de x no igual a y , es el mismo caso que se da en A3, en la página 6. El primer conjunto es el de todos los x que no son queridos, mientras que el segundo es el de todos los x que no se quieren a sí mismos.

Ejercicio 4 de la página 40 de Heim y Kratzer (1998). Determine a qué tipo pertenecen las siguientes funciones:

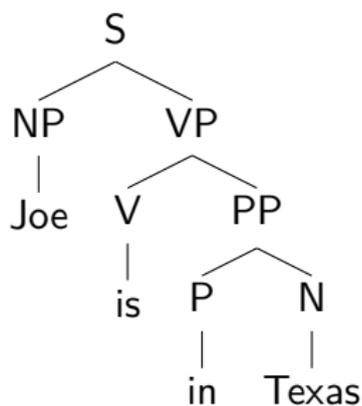
- 1 $[\lambda f \in D_{\langle e,t \rangle} . [\lambda x \in D_e . f(x) = 1 \text{ and } x \text{ is gray}]] \in D?$
- 2 $[\lambda f \in D_{\langle e, \langle e,t \rangle \rangle} . [\lambda x \in D_e . f(x)(\text{Ann}) = 1]] \in D?$
- 3 $[\lambda y \in D_e . [\lambda f \in D_{\langle e,t \rangle} . [\lambda x \in D_e . f(x) = 1 \text{ and } x \text{ is in } y]]] \in D?$
- 4 $[\lambda f \in D_{\langle e,t \rangle} . \text{there is some } x \in D_e . \text{ such that } f(x) = 1] \in D?$
- 5 $[\lambda f \in D_{\langle e,t \rangle} . \text{Mary}] \in D?$
- 6 $[\lambda f \in D_{\langle e,t \rangle} . [\lambda g \in D_{\langle e,t \rangle} . \text{there is no } x \in D_e \text{ such that } f(x) = 1 \text{ and } g(x) = 1]] \in D?$

Solución

- 1 $[\lambda f \in D_{\langle e,t \rangle}. [\lambda x \in D_e. f(x) = 1 \text{ and } x \text{ is gray}]] \in D_{\langle \langle e,t \rangle, \langle e,t \rangle \rangle}$
- 2 $[\lambda f \in D_{\langle e, \langle e,t \rangle \rangle}. [\lambda x \in D_e. f(x)(\text{Ann}) = 1]] \in D_{\langle \langle e, \langle e,t \rangle \rangle, \langle e,t \rangle \rangle}$
- 3 $[\lambda y \in D_e . [\lambda f \in D_{\langle e,t \rangle}. [\lambda x \in D_e. f(x) = 1 \text{ and } x \text{ is in } y]]] \in D_{\langle e, \langle \langle e,t \rangle, \langle e,t \rangle \rangle \rangle}$
- 4 $[\lambda f \in D_{\langle e,t \rangle}. \text{there is some } x \in D_e. \text{ such that } f(x) = 1] \in D_{\langle \langle e,t \rangle, t \rangle}$
- 5 $[\lambda f \in D_{\langle e,t \rangle}. \text{Mary}] \in D_{\langle \langle e,t \rangle, e \rangle}$
- 6 $[\lambda f \in D_{\langle e,t \rangle}. [\lambda g \in D_{\langle e,t \rangle}. \text{there is no } x \in D_e \text{ such that } f(x) = 1 \text{ and } g(x) = 1]] \in D_{\langle e,t \rangle, \langle \langle e,t \rangle, t \rangle}$

Ejercicio de Heim y Kratzer (1998: 63): Calcule las condiciones de verdad de “Joe is in Texas” asumiendo la estructura en (12) y las entradas léxicas de (13):

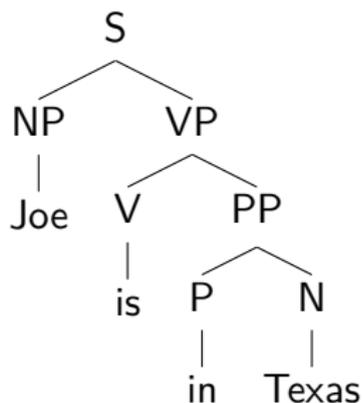
(12)



- (13)
- $\llbracket \text{Texas} \rrbracket = \text{Texas}$
 - $\llbracket \text{Joe} \rrbracket = \text{Joe}$
 - $\llbracket \text{in} \rrbracket = \lambda x \in D_e [\lambda y \in D_e \text{ y is in } x]$
 - $\llbracket \text{is} \rrbracket = \lambda f \in D_{\langle e, t \rangle}. f$

Solución

(14)



a. $[[\text{Texas}]] = \text{Texas}$

(por Regla de Nodos Terminales y entrada léxica (13a))

b. $[[N]] = [[\text{Texas}]]$

(por Regla de Nodos No Ramificantes)

c. $\llbracket N \rrbracket = \text{Texas}$

(por líneas (14a) y (14b))

d. $\llbracket \text{in} \rrbracket = \lambda x \in D_e [\lambda y \in D_e \text{ y is in } x]$

(por Regla de Nodos Terminales y entrada léxica (13c))

e. $\llbracket P \rrbracket = \llbracket \text{in} \rrbracket$

(por Regla de Nodos No Ramificantes)

f. $\llbracket P \rrbracket = \lambda x \in D_e [\lambda y \in D_e \text{ y is in } x]$

(por líneas (14d) y (14e))

g. $\llbracket PP \rrbracket = \llbracket P \rrbracket (\llbracket N \rrbracket)$

(Por Aplicación Funcional)

$$h. \llbracket PP \rrbracket = [\lambda x \in D_e [\lambda y \in D_e \text{ y is in } x]] (\text{Texas})$$

(por líneas (14c), (14f) y (14g))

$$i. \llbracket PP \rrbracket = \lambda y \in D_e \text{ y is in Texas}$$

(Por Conversión Lambda)

$$j. \llbracket is \rrbracket = \lambda f \in D_{\langle e,t \rangle}. f$$

(por Regla de Nodos Terminales y entrada léxica (13d))

$$k. \llbracket V \rrbracket = \llbracket is \rrbracket$$

(por Regla de Nodos No Ramificantes)

$$l. \llbracket V \rrbracket = \lambda f \in D_{\langle e,t \rangle}. f$$

(por líneas (14j) y (14k))

$$m. \llbracket VP \rrbracket = \llbracket V \rrbracket (\llbracket PP \rrbracket)$$

(Por Aplicación Funcional)

$$n. \llbracket VP \rrbracket = \lambda f \in D_{\langle e,t \rangle}. f (\lambda y \in D_e \text{ y is in Texas})$$

(por líneas (14l), (14i) y (14m))

$$o. \llbracket VP \rrbracket = \lambda y \in D_e \text{ y is in Texas}$$

(Por Conversión Lambda)

$$p. \llbracket Joe \rrbracket = Joe$$

(por Regla de Nodos Terminales y entrada léxica (13b))

$$q. \llbracket NP \rrbracket = \llbracket Joe \rrbracket$$

(por Regla de Nodos No Ramificantes)

r. $\llbracket \text{NP} \rrbracket = \text{Joe}$

(por líneas (14p) y (14q))

s. $\llbracket \text{S} \rrbracket = \llbracket \text{VP} \rrbracket (\llbracket \text{N} \rrbracket)$

(Por Aplicación Funcional)

t. $\llbracket \text{S} \rrbracket = \lambda y \in D_e \text{ y is in Texas (Joe)}$

(por líneas (14o), (14r) y (14s))

u. $\llbracket \text{S} \rrbracket = \text{Joe is in Texas}$

(Por Conversión Lambda)

Bibliografía I

- Bach, E. W. (1989). *Informal Lectures on Formal Semantics*. State University of New York Press, Albany.
- Heim, I. y Kratzer, A. (1998). *Semantics in generative grammar*, volumen 13. Blackwell Oxford.
- Jacobson, P. (2014). *Compositional Semantics. An Introduction to the Syntax/Semantics Interface*. Oxford University Press, Oxford.
- Mosterín, J. (1985). Introducción. En *Estudios sobre semántica*. Orbis, Madrid. Gottlob Frege.
- Partee, B. (2016). Formal semantics. En Aloni, M. y Dekker, P., editores, *The Cambridge handbook of formal semantics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Partee, B., Meulen, A., y Wall, R. (2012). *Mathematical methods in linguistics*. Kluwer Academics, Dordrecht.

Bibliografía II

Szabó, Z. (2012). The case for compositionality. En Hinzen, W., Machery, E., y Werning, M., editores, *The Oxford handbook of compositionality*, pp. 64–80. Oxford University Press Oxford.